УДК 517.977

© **Н. Н. Петров**

ПОИМКА ДВУХ УБЕГАЮЩИХ[1]

Приводятся достаточные условия поимки группой преследователей двух жестко скоординированных убегающих. Работа примыкает к исследованиям [1-4].

В пространстве $R^k (k \geqslant 2)$ рассматривается дифференциальная игра Γ $n+2$ лиц: n преследователей $P_1, \dots, P_n$ и двух убегающих E_1, E_2.

Закон движения каждого из преследователей P_i имеет вид:

$$x_i^{(l)} + a_1 x_i^{(l-1)} + \dots + a_{l-2}\ddot{x}_i + a_{l-1}\dot{x}_i + a_l x_i = u_i, \ u_i \in V.$$

Закон движения каждого из убегающих E_j имеет вид:

$$y_j^{(l)} + a_1 y_j^{(l-1)} + \dots + a_{l-2}\ddot{y}_j + a_{l-1}\dot{y}_j + a_l y_j = v_j, \ v_j \in V.$$

Здесь $x_i, y_j, u_i, v_j \in R^k$, $a_1, \dots, a_l \in R^1$, V — строго выпуклый компакт R^k с гладкой границей. При $t = 0$ заданы начальные позиции преследователей и убегающих

$$x_i^{(\alpha)}(0) = x_{i\alpha}^0, \ y_j^{(\alpha)}(0) = y_{j\alpha}^0, \ \alpha = 0, 1, \dots, l-1,$$

причём $x_{i0}^0 \neq y_{j0}^0$ для всех $i \in I_0 = \{1, \dots, n\}, j = 1, 2.$

Обозначим через $\varphi_q(t)$, $q = 0, 1, \dots, l-1$ решения уравнения

$$w^{(l)} + a_1 w^{(l-1)} + \dots + a_l w = 0$$

с начальными условиями

$$w(0) = 0, \dots, w^{(q-1)}(0) = 0, \ w^{(q)}(0) = 1, \ w^{(q+1)}(0) = 0, \dots, w^{(l-1)}(0) = 0.$$

П р е д п о л о ж е н и е 1. Все корни уравнения

$$\lambda^l + a_1 \lambda^{l-1} + \dots + a_l = 0$$

имеют неположительную вещественную часть.

П р е д п о л о ж е н и е 2. $\varphi_{l-1}(t) \geqslant 0$ для всех $t > 0$.

Из предположений 1, 2 следует, что среди корней с максимальной вещественной частью существует вещественный корень, который будем обозначать λ_s, а его кратность k_s. Пусть $\gamma = k_s - 1$. Введем следующие обозначения:

$$\xi_i(t) = \varphi_0(t) x_{i0}^0 + \varphi_1(t) x_{i1}^0 + \dots + \varphi_{l-1}(t) x_{il-1}^0,$$
$$\eta_j(t) = \varphi_0(t) y_{j0}^0 + \varphi_1(t) y_{j1}^0 + \dots + \varphi_{l-1}(t) y_{jl-1}^0,$$
$$x_i^0 = \lim_{t\to\infty} \frac{\xi_i(t) e^{-\lambda_s t}}{t^\gamma}, \ y_j^0 = \lim_{t\to\infty} \frac{\eta_j(t) e^{-\lambda_s t}}{t^\gamma}, \ z_{ij}^0 = x_i^0 - y_j^0, \ c = y_1^0 - y_2^0.$$

О п р е д е л е н и е 1. В игре Γ *происходит поимка* если существуют $T > 0$, функции $u_i(t) = u_i(t, z_{i1}^0, \dots, z_{i1}^{l-1}, v_t(\cdot))$, $u_i(t) \in V$ и для любой измеримой функции v ($v(t) \in V$ для всех t) найдутся моменты $\tau_1, \tau_2 \in [0, T]$ и номера $p, q \in I_0$ такие, что

$$x_p(\tau_1) = y_1(\tau_1), \ x_q(\tau_2) = y_2(\tau_2).$$

Здесь $v_t(\cdot) = \{v(s), \ s \in [0, t]\}$.

[1]Работа поддержана грантом РФФИ (проект 06-01-00258)

О п р е д е л е н и е 2 ([6]). Векторы $a_1, \ldots, a_m$ образуют *положительный базис* R^k, если для всякого $x \in R^k$ существуют положительные числа $\gamma_1, \ldots, \gamma_m$ такие что справедливо равенство

$$x = \gamma_1 a_1 + \cdots + \gamma_m a_m.$$

П р е д п о л о ж е н и е 3. Начальные позиции в игре Γ удовлетворяют следующим условиям:

а) если $n > k,$ то для любого набора индексов $I \subset I_0, |I| \geqslant k+1$ справедливо

$$\operatorname{Intco}\{x_i^0,\, i \in I\} \neq \emptyset;$$

б) любые k векторов из совокупности $\{z_{ij}^0,\, c\}$ линейно независимы.

Т е о р е м а 1. *Пусть выполнены предположения* $1-3$ *и следующие условия:*

1^0. $y_j^0 \in \operatorname{Intco}\{x_i^0,\, i \in I_0\}, j = 1, 2;$

2^0. *Существуют множества* $J_1,\, J_2 \subset I_0,\, I_1,\, I_2 \subset I_0 \setminus (J_1 \cup J_2),\, I_1 \cap I_2 = \emptyset$ *такие, что каждый из наборов векторов* $(J = J_1 \cap J_2)$

$$\{z_{i1}^0, i \in J_1,\, c\},\, \{z_{i2}^0, i \in J_2,\, -c\},\, \{z_{r1}^0, r \in J_1 \setminus J,\, z_{p2}^0, p \in J_2 \setminus J,\, z_{q1}^0, q \in I_1,\, z_{r2}^0, r \in I_2\}$$

образует положительный базис.

Тогда в игре Γ *происходит поимка.*

Список литературы

1. Пшеничный Б. Н. Простое преследование несколькими объектами// Кибернетика. 1976. № 3. С. 145-146.
2. Петров Н. Н. Теория игр. Ижевск. Изд-во Удмурт. ун-та. 1997.
3. Григоренко Н. Л. Преследование несколькими управляемыми объектами двух убегающих// ДАН СССР. 1985. Т.282. № 5. С. 1051-1054.
4. Вагин Д. А., Петров Н. Н. Простое преследование двух жестко скоординированных убегающих//Проблемы механики и управления. Пермь. Изд-во Пермс. ун-та. 2005. Вып 37. С. 15-20.
5. Чикрий А. А. Конфликтно управляемые процессы. Киев.: Наукова думка. 1997.
6. Петров Н. Н. Об управляемости автономных систем// Дифференциальные уравнения. 1986. Т. 4. № 4. С. 606-617.

Петров Николай Никандрович
Удмуртский государственный университет,
Россия, Ижевск
e-mail: npetrov@udmnet.ru